

Strategie di copertura naturale nell'assicurazione LTC



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Susanna Levantesi

susanna.levantesi@uniroma1.it

Seminario del Comitato Scientifico dell'Ordine degli Attuari, 16 marzo 2021

Rilevanza globale della non autosufficienza

- ▶ L'allungamento della speranza di vita e la riduzione dei tassi di natalità hanno comportato
 - **Invecchiamento della popolazione**
 - Aumento del peso degli anziani nella popolazione
 - Cambiamenti nella struttura demografica della popolazione
 - **Deterioramento delle condizioni di salute**
 - **Aumento del rischio di perdita dell'autosufficienza**
 - La maggior parte dei destinatari di prestazioni LTC hanno un'età **superiore ai 65 anni**
 - Le donne hanno una speranza di vita più elevata ma una maggiore prevalenza della non autosufficienza
- ▶ **Aumento del bisogno di prestazioni e servizi Long-Term Care (LTC)**

Il concetto di non autosufficienza

- ▶ **Legato alla perdita di autonomia nelle attività elementari della vita quotidiana, implica un bisogno di assistenza**
- ▶ **Bisogno di assistenza a vari livelli**
 - Assistenza domiciliare
 - Soggiorno con assistenza in case di riposo
 - Ricovero in case o istituti di cura
- ▶ **Prestazioni formali o informali**
- ▶ **Il finanziamento di prestazioni e servizi LTC poggia su un sistema a tre pilastri**
 - **I° pilastro:** assicurazione pubblica (indennità di accompagnamento, prestazioni regionali e comunali)
 - **II° pilastro:** fondi pensione, fondi sanitari, assicurazioni collettive
 - **III° pilastro:** polizze assicurative individuali

I° pilastro: prestazioni LTC pubbliche

- ▶ Finanziamento e gestione dei servizi LTC ripartiti tra **autorità statali e locali** (regionali e comunali)
 - **Indennità di accompagnamento (INPS)**
 - Importo: 522 € mensili (dato 2021)
 - Finanziata con tassazione generale
 - No livelli differenti di non autosufficienza, no test dei mezzi
 - Ciascuna regione fissa principi e criteri di ammissibilità: **mancanza di uniformità**
 - **Prestazioni eterogenee**: sanitarie, assistenziali, monetarie
- ▶ L'offerta pubblica di prestazioni assistenziali è **parziale, frammentata** o in alcuni casi non disponibile, pertanto il costo delle cure è in gran parte finanziato di tasca propria (out-of-pocket)
- ▶ In tale contesto, l'**assicurazione LTC di II e III pilastro** svolge un ruolo importante, fornendo soluzioni integrate con le prestazioni pubbliche offerte dagli enti sanitari

II° pilastro: fondi pensione che erogano prestazioni LTC

- ▶ Il decreto legislativo n. 252/2005 «*Disciplina delle forme pensionistiche complementari*» oltre alle tradizionali prestazioni erogate al raggiungimento dei requisiti previsti, consente ai fondi pensione di coprire il rischio di **invalidità** e premorienza

La LtC non si evita con lo scongiuro. Il ruolo dei Fondi pensione

Scritto il 4 luglio 2016 alle 09:03 da clinguella@finanza



Poco diffuse in Italia ed obbligatorie in Germania, le assicurazioni di Long Term Care, cure a lungo termine, sono le polizze che difendono dal rischio della non autosufficienza. Il premio da pagare è stabilito in base al sesso e l'età del potenziale aderente, e la copertura assicurativa decorre dall'accettazione della Compagnia dopo l'accertamento delle condizioni di salute del richiedente.

Sono polizze nate come risposta al progressivo invecchiamento demografico, all'aumento dell'aspettativa di vita media dei pazienti affetti da malattie croniche e disabilitanti, alla riduzione della potenzialità di assistenza informale da parte dei nuclei familiari, all'aumento dei single e alla progressiva evoluzione del sistema ospedaliero verso la cura delle fasi acute delle malattie.

Fonte: finanza.com

II° pilastro: fondi sanitari integrativi che erogano prestazioni LTC

- ▶ Il Ministero della Salute incentiva i fondi sanitari integrativi ad includere prestazioni alle persone non autosufficienti (DM 31 marzo 2008 e DM 27 ottobre 2009)
 - Tali prestazioni rientrano nella soglia delle **risorse vincolate** (non inferiore al 20% delle risorse complessive)
 - Benefici fiscali condizionati alla soglia (>20%)
- ▶ I tariffari di alcuni fondi sanitari integrativi includono prestazioni LTC, solitamente di natura risarcitoria a fronte di spese sostenute per prestazioni assistenziali

III° pilastro: polizze assicurative individuali

- ▶ Polizze LTC che coprono il **rischio di perdita dell'autosufficienza** nello svolgimento delle attività elementari della vita quotidiana
- ▶ Definizione del rischio **in base alle Activities of Daily Living (ADL)**: ad es. 4/6; 3/4; talvolta anche in base alla presenza di Alzheimer o di altre demenze senili
- ▶ Più frequente: **prestazione LTC in forma di rendita vitalizia** finché l'assicurato rimane nello stato di non autosufficiente (ramo vita)
- ▶ Meno frequente: rimborso spese sanitarie e assistenziali (ramo danni)
- ▶ **Limiti di età all'ingresso in assicurazione: 70-75 anni**
- ▶ Meccanismi di indicizzazione delle prestazioni

Assicurabilità del rischio LTC/1

- ▶ L'assicurabilità di un rischio **dipende da**:
 - la natura del rischio
 - la capacità dell'assicuratore di valutarlo correttamente

- ▶ [Kessler \(2008\)](#) menziona **tre principali problemi** che gli assicuratori devono affrontare nel prezzare le polizze LTC
 - 1) Considerevole **incertezza nelle proiezioni dei costi LTC**, che si traduce in una significativa incertezza sulle perdite future
 - 2) Rischio di **selezione avversa**, che richiede agli assicuratori di fissare caricamenti elevati sui premi
 - 3) Rischio di azzardo morale (**moral hazard**)

Assicurabilità del rischio LTC/2

► Incertezza nelle proiezioni dei costi LTC

- Potenziale aumento dei costi di assistenza che impatta sulle polizze LTC di rimborso spese per assistenza

► Incertezza nella valutazione del rischio

- Incertezza sull'incidenza futura della non autosufficienza
 - Dovuta al cambiamento di fattori sociali, sanitari, economici, ecc.
- Incertezza sulla mortalità futura dei non autosufficienti



Rischio di non autosufficienza

Rischio di longevità

Assicurabilità del rischio LTC/3

- ▶ **Selezione avversa:** tendenza ad assicurarsi da parte di individui particolarmente esposti al rischio
 - Incide sulla frequenza sinistri
 - Meccanismi per una corretta valutazione del rischio:
 - **Informazioni** personali dettagliate **sull'assicurato** per differenziare i prezzi della copertura in funzione del rischio
 - **Accertamenti sanitari** all'ingresso in assicurazione / Compilazione di un **questionario** sullo stato di salute all'ingresso in assicurazione
 - Presenza di **periodi di carenza** (ad es. 0 anni se la non autosufficienza è dovuta ad incidente, 1 anno se dovuta a malattia, 3 anni se dovuta a demenza senile o Alzheimer, 7 anni se dovuta ad AIDS)
 - Rivedibilità dello stato di non autosufficienza

Assicurabilità del rischio LTC/4

- ▶ **Moral hazard:** comportamenti scorretti, come la propensione a denunciare sinistri non oggettivamente evidenti in base alle proprie condizioni di salute dell'assicurato
 - Favorito da criteri di definizione del rischio vaghi e ad interpretazione soggettiva
 - Meno presente in contratti di rendita prestabilita a premio annuo costante, più presente in contratti a rimborso (delle spese documentate dall'assicurato)
 - Meccanismi per una corretta valutazione del rischio:
 - Rivedibilità dello stato di non autosufficienza
 - **Controlli**
 - **Clausole contrattuali** che rendono l'assicurato corresponsabile del rischio: massimali, franchigie, ecc.

Sviluppo del mercato LTC: criticità

- ▶ Mercato ancora sottile
- ▶ Crescente interesse da parte di fondi pensione e fondi sanitari

- ▶ **Mancanza di consapevolezza del rischio**

La popolazione **sottovaluta i costi LTC** o pensa che saranno coperti dai programmi statali

- Non pensa che potrebbe aver bisogno di servizi LTC in futuro
- Rinvia la decisione di acquistare un'assicurazione LTC perché vista come una questione da affrontare più avanti nel corso della vita

- ▶ **Carenza di dati statistici adeguati**

- Scarsità di dati di esperienza
- Dati nazionali
 - ISTAT, Condizioni di salute, fattori di rischio e ricorso ai servizi sanitari: nessuna rilevazione sulla mortalità dei non autosufficienti
 - INPS, Indennità di accompagnamento

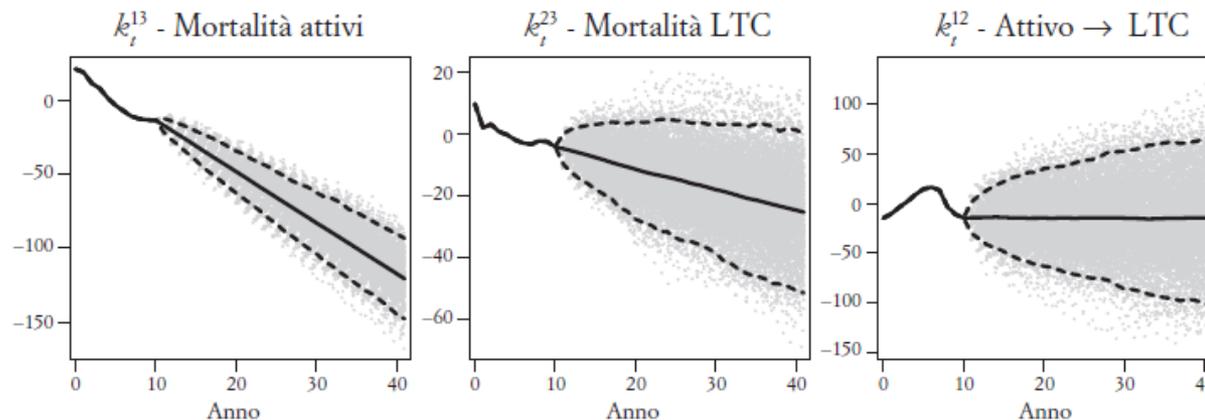
I rischi biometrici nell'assicurazione LTC

▶ I rischi di longevità e non autosufficienza

- Rischi **sistematici**: derivano dall'incertezza presente nell'andamento futuro dei tassi ottenuto in base ad una determinata proiezione
 - Rischi **non diversificabili**: intervengono nella stessa direzione per tutta la collettività assicurata
 - Influenzano fortemente le prestazioni di rendita: estensione del periodo di pagamento e incremento della passività attuariali
- ▶ Mentre il rischio di longevità è ampiamente trattato nella letteratura scientifica, lo stesso non si può dire per il rischio di non autosufficienza
- ▶ Nella direttiva Solvency II (2009/138/CE), il **rischio di non autosufficienza** è descritto come il *rischio di variazioni sfavorevoli nel valore delle passività assicurative, derivanti da variazioni del **livello**, della **tendenza** o della **volatilità** dei tassi di non autosufficienza*

La gestione dei rischi biometrici

- ▶ Una gestione responsabile dei **rischi biometrici** implica per gli assicuratori **misurarli** e **gestirli** (l'incertezza sull'evoluzione di tali rischi permane anche nelle proiezioni)
- ▶ Per rappresentare e misurare l'incertezza si può ricorrere all'analisi per scenario o a modelli stocastici
 - Necessario prendere in considerazione differenti scenari significativi
 - Modelli stocastici per la proiezione delle probabilità di transizione tra i vari stati che tengano conto dell'incertezza



Fonte: Baione et al. (2016)

Strategie di gestione del rischio

- ▶ Utilizzo di un approccio interno o esterno alla compagnia:
 - Ridurre internamente l'esposizione al rischio (interno)
 - Trasferire parzialmente il rischio (esterno)



Copertura naturale (natural hedging)



Natural hedging: definizione e caratteristiche

- ▶ **Strategia di diversificazione del rischio** che permette di stabilizzare le passività derivanti da un portafoglio di contratti differenti attraverso la **compensazione dei rischi** sottostanti i contratti stessi
- ▶ **Principali caratteristiche**
 - Adeguato mix di prodotti
 - Diversificazione del portafoglio
 - Minimizzazione dell'esposizione complessiva a determinati rischi
- ▶ **Vantaggi**
 - Non richiede una controparte
 - Non ci sono costi di transazione
 - Strumento interno di gestione del rischio

Efficacia del natural hedging

- ▶ Il natural hedging **non** è **sempre realizzabile** o talvolta può non essere conveniente ([Cox and Lin, 2007](#))
- ▶ **Non è facile da implementare** ([Wang, 2009](#)):
 - Target di popolazione assicurata differenti
 - Durata della polizza ed età alla stipula differente (età più elevata per le rendite vitalizie, meno elevata per le coperture caso morte)
 - Implica una modifica della composizione del portafoglio che può indurre gli assicuratori a variare il prezzo dei prodotti per modificarne l'attrattività, producendo effetti negativi
- ▶ È importante considerare gli **effetti dal lato della domanda** nel momento in cui l'assicuratore incrementa l'offerta di prodotti assicurativi
- ▶ Per un assicuratore specializzato in rendite potrebbe essere complicato entrare nel settore assicurativo LTC

Natural hedging e Solvency II

- ▶ **Solvency II riconosce il natural hedging** tra prodotti caso morte e rendite, ponendo pari a -25% il fattore di correlazione tra rischio di longevità e rischio di mortalità
- ▶ Per il rischio di non autosufficienza, invece Solvency II assegna 0 al fattore di correlazione con il rischio di longevità e 25% con il rischio di mortalità, non riconoscendo forme di natural hedging
- ▶ Coprendo i rischi LTC con il rischio di mortalità derivante da prestazioni caso morte su popolazioni aventi caratteristiche simili e costruire **prodotti combinati** che offrono copertura dei rischi di longevità, mortalità e non autosufficienza è **possibile ottenere un'azione di mitigazione del rischio**
- ▶ Ad esempio, nuovi prodotti LTC che combinano un'assicurazione LTC in forma di rendita con una caso morte a vita intera

Il mercato dei prodotti combinati

- ▶ **I prodotti combinati sono un segmento in crescita nel mercato, soprattutto US**
- ▶ In US, gli assicuratori hanno introdotto una **varietà di prodotti che combinano prestazioni LTC** con diversi tipi di assicurazione, principalmente caso morte e rendite
 - Offrono potenziali vantaggi sia ai consumatori che agli assicuratori, ma presentano anche alcune problematiche legate alla loro complessità e all'ampia gamma di combinazioni disponibili
- ▶ Sebbene l'esperienza relativa ai sinistri su questi prodotti combinati sia limitata, **le imprese riferiscono che l'incidenza dei sinistri ed altri risultati attuariali è stata finora positiva** ([Chow et al., 2012](#) (*))
- ▶ Dal punto di vista degli assicuratori, **i prodotti combinati sono meno rischiosi dei prodotti LTC stand-alone**

(*) *Report dello studio condotto da Milliman su incarico della Society of Actuaries (SOA) mirato a quantificare le caratteristiche della copertura naturale dei prodotti vita (caso morte e rendite) combinati con l'assicurazione LTC*

Prodotti combinati e pandemia

- ▶ **Il rischio pandemico evidenzia la relazione tra mortalità e rischio di morbilità.** Poiché in molti prodotti combinati esiste una copertura naturale di morbilità e mortalità, le imprese hanno la possibilità di sviluppare nuovi prodotti e innovare in questo mercato
- ▶ La **popolazione LTC**, che in parte risiede in strutture di assistenza a lungo termine o riceve servizi LTC, si è rivelata **particolarmente vulnerabile al nuovo coronavirus 2019 (COVID-19)**
- ▶ L'impatto a lungo termine della pandemia può aumentare la **crescita del mercato dei prodotti combinati**
 - Gli elevati tassi di mortalità avranno un evidente impatto sui prodotti vita
 - La maggior parte degli assicuratori trae vantaggio dal natural hedging ottenuto offrendo prodotti che combinano prestazioni caso morte e rendite
 - Gli assicuratori con grossi portafogli assicurativi LTC probabilmente traggono vantaggio dagli elevati tassi di mortalità dei non autosufficienti

Il natural hedging nella letteratura assicurativa

► Dalla **letteratura sull'assicurazione vita**:

- [Cox e Lin \(2007\)](#) hanno introdotto il natural hedging per il longevity risk
- [Wang et al. \(2009\)](#) hanno proposto un modello di immunizzazione basato su una «mortality duration» per calcolare il mix ottimo di prodotti
- [Tsai et al. \(2010\)](#) hanno proposto un approccio basato sulla minimizzazione del Conditional Value-at-Risk (CVaR) per calcolare il mix ottimo di prodotti

► Nella **letteratura sull'assicurazione LTC** pochi contributi hanno affrontato la questione dell'interazione tra assicurazione LTC e assicurazioni vita:

- [Rickayzen \(2007\)](#) ha studiato la polizza "disability-linked annuity" in confronto alla tradizionale rendita vitalizia e conclude che i rischi di longevità e non autosufficienza operano in direzioni opposte
- [Maegebier e Gatzert \(2014\)](#) hanno analizzato i vantaggi della diversificazione di portafoglio misurando l'efficacia della copertura naturale tra assicurazioni vita (rendite e caso morte) e assicurazione LTC

Il natural hedging nell'assicurazione LTC

- ▶ [Levantesi e Menzietti \(2018\)](#) hanno esteso la letteratura esistente sul natural hedging delle assicurazioni LTC
 1. Costruzione di una strategia di immunizzazione di portafoglio basata sulla **duration multivariata**
 2. Definizione di una strategia ottima di natural hedging minimizzando il **Conditional Value-at-Risk (CVaR)**

Il natural hedging nell'assicurazione LTC: l'approccio “*duration multivariata*”

Costruzione di una strategia di immunizzazione basata sulla duration multivariata

- Si propone una duration multivariata per misurare la **sensibilità del valore del portafoglio polizze a variazioni delle probabilità di transizione**
- Approccio basato sull'ipotesi restrittiva che le variazioni future delle probabilità di transizione siano prodotte da **shift paralleli**
- Può essere molto utile quando i dati a disposizione non consentono l'impegno di modelli stocastici

Il natural hedging nell'assicurazione LTC: l'approccio “*minimizzazione CVaR*”

Definizione di una strategia ottima di natural hedging minimizzando il Conditional Value-at-Risk (CVaR)

- Le **proporzioni ottimali** di ogni tipologia di prodotti in portafoglio si ottengono **risolvendo un problema di ottimizzazione**
- Le future probabilità di transizione sono modellate da **modelli stocastici**
- La performance del modello è valutata in base ai valori della distribuzione delle perdite ottenuti con un procedimento out-of-sample

Modello multistato e probabilità/1

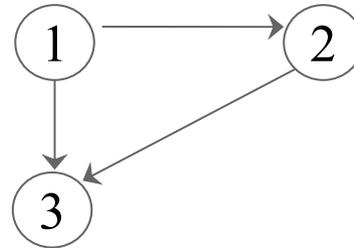
- ▶ Consideriamo una **copertura LTC che paga una rendita vitalizia** se l'assicurato è nello stato di non autosufficiente
- ▶ Non si considera la possibilità di recupero dello stato di autosufficienza a causa del carattere solitamente cronico del fenomeno (riattivazione non prevista)

- ▶ **Modello multistato**

1 = attivo

2 = non autosufficiente

3 = deceduto



- ▶ Assegnazione di probabilità di transizione tra stati
- ▶ **Stima delle probabilità di transizione** a partire da dati statistici
 - Tassi di occorrenza dei casi di non autosufficienza $\rightarrow p_{x,t}^{12}$
 - Tassi di mortalità degli attivi (autosufficienti) $\rightarrow p_{x,t}^{13}$
 - Tassi di mortalità dei non autosufficienti $\rightarrow p_{x,t}^{23}$
 - *Eventuali tassi di riattivazione, se prevista*

Il data set

- ▶ Data set fornito dall'INPS relativo ai titolari di **indennità di accompagnamento**. Periodo: 2002-2012; età: 40-89.
 - Decessi tra i titolari di indennità di accompagnamento
 - Numero dei titolari di indennità di accompagnamento
 - Nuovi casi di indennità di accompagnamento
- ▶ **Requisiti** per ottenere l'indennità di accompagnamento
 - Riconoscimento di totale inabilità (100%) per affezioni fisiche o psichiche
 - Impossibilità di deambulare senza l'aiuto permanente di un accompagnatore (impossibilità di compiere gli atti quotidiani della vita) con conseguente necessità di un'assistenza continua

Proiezione delle probabilità di transizione

- ▶ [Levantesi e Menzietti \(2012\)](#) estendono differenti modelli stocastici, usualmente impiegati nella proiezione della mortalità ([Cairns et al., 2009](#)) alle probabilità di transizione di un modello multistato per assicurazioni LTC

- ▶ **Stima delle probabilità di transizione** in base al modello CBD:

$$\text{logit}(p_{x,t}^{ij}) = \ln \left(\frac{p_{x,t}^{ij}}{1 - p_{x,t}^{ij}} \right) = ij k_t^{(1)} + ij k_t^{(2)}(x - \bar{x}) + ij \gamma_c^{(3)}(x_c - x)$$

- $c = t - x$: coorte
- Vincolo: $\sum_c ij \gamma_c^{(3)} = 0$.
- Modellazione dei parametri $ij k_t^{(1)}$, $ij k_t^{(2)}$ e $ij \gamma_c^{(3)}$ tramite un modello ARIMA multivariato

Il portafoglio polizze

► **Portafoglio di polizze LTC stand-alone**, a premio unico, che pagano una rendita se l'assicurato è non autosufficiente:

- n_t^i : numero degli assicurati nello stato i al tempo t
- b_t : rata della rendita LTC nell'anno t (Hp: b_t costante $\forall t$)
- $d(0, t)$: fattore di sconto (Hp: tassi di interesse deterministici)
- ω : età estrema
- a_{x+t}^{ij} : valore atteso di una rendita annua unitaria, pagabile se l'assicurato passa dallo stato i allo stato j

$$a_{x+t}^{ij} = \sum_{h=1}^{\omega-x} {}_h p_x^{ij} \cdot d(0, h) \quad \forall i, j \in 1, 2$$

► **Riserva matematica al tempo t :**

- Per gli attivi (V_t^1): $V_t^1 = b \cdot n_t^1 \cdot a_{x+t}^{12}$
- Per i non autosufficienti (V_t^2): $V_t^2 = b \cdot n_t^2 \cdot a_{x+t}^{22}$
- Complessiva: $V_t = V_t^1 + V_t^2$

Mix di prodotti analizzati

- ▶ **Variabili chiave:** probabilità di transizione derivanti dal modello multistato (maggiore complessità rispetto ad una singola variabile come nel caso dei tassi di mortalità nell'assicurazione vita)
- ▶ **Prodotti analizzati**
 - Rendita LTC
 - Rendita vitalizia
 - Caso morte a vita intera
- ▶ **Mix di prodotti**
 - Rendita LTC e rendita vitalizia (mix 1)
 - Rendita LTC e caso morte a vita intera (mix 2)
 - *Caso morte a vita intera e rendita vitalizia (mix 3)*

Definizioni

▶ Vettore delle **probabilità di transizione** attese: $\hat{\mathbf{p}} = (\hat{p}^{13}, \hat{p}^{23}, \hat{p}^{12})$

▶ **Passività attese** totali di portafoglio al tempo iniziale: $V_{mix}(\hat{\mathbf{p}}) = \sum_{LoB} V_{LoB}(\hat{\mathbf{p}})$

▶ **Valore attuale delle perdite inattese:** $X_{LoB} = V_{LoB}(\mathbf{p}) - V_{LoB}(\hat{\mathbf{p}})$

$$X_{mix} = V_{mix}(\mathbf{p}) - V_{mix}(\hat{\mathbf{p}})$$

▶ **Corrispondenti proporzioni:** $x_{LoB} = \frac{V_{LoB}(\mathbf{p}) - V_{LoB}(\hat{\mathbf{p}})}{V_{LoB}(\hat{\mathbf{p}})}$

$$x_{mix} = \sum_{LoB} \omega_{LoB} \cdot x_{LoB}$$

▶ Proporzione delle passività della LoB sulle passività totali: $\omega_{LoB} = \frac{V_{LoB}(\hat{\mathbf{p}})}{V_{mix}(\hat{\mathbf{p}})}$

Duration multivariata

- ▶ Si ipotizzano **shift paralleli** sulle probabilità di transizione: costanti al variare dell'età, non necessariamente uguali per ogni transizione

- Vettore degli shifts che influenza le passività totali attese:

$$\Delta \mathbf{p} = (\Delta p^{13}, \Delta p^{23}, \Delta p^{12})$$

- ▶ Si definisce **duration effettiva multivariata**:

$$\mathbf{D}_e(\hat{\mathbf{p}}) = -\frac{V(\hat{\mathbf{p}} + \Delta \mathbf{p}) - V(\hat{\mathbf{p}} - \Delta \mathbf{p})}{2V(\hat{\mathbf{p}})\Delta \mathbf{p}} \quad \text{con} \quad \hat{\mathbf{p}} = (\hat{p}^{13}, \hat{p}^{23}, \hat{p}^{12})$$

- composta dalle duration effettive parziali (con $s = 13, 23, 12$)

$$D_e^s(\hat{\mathbf{p}}) = -\frac{V(\hat{\mathbf{p}} + \Delta p^s) - V(\hat{\mathbf{p}} - \Delta p^s)}{2V(\hat{\mathbf{p}})\Delta p^s}$$

- ▶ Le **proporzioni ottime** di prodotto sotto il vincolo di budget sono soluzione del sistema lineare:

$$\sum_s \sum_{\text{LoB}} \omega_{\text{LoB}} \cdot D_{\text{LoB}}^s(\hat{\mathbf{p}}) = 0$$

$$\sum_{\text{LoB}} \omega_{\text{LoB}} = 1.$$

Minimizzazione del conditional VaR

- Si minimizza il CVaR delle perdite inattese di portafoglio sotto il vincolo di budget. **Problema di ottimizzazione:**

$$\min_{\omega_{LoB}} E[x_{mix} \mid x_{mix} \geq x_{mix}(\epsilon)]$$

$$\sum_{LoB} \omega_{LoB} = 1,$$

- Con ϵ livello di confidenza ed $E[x_{mix} \mid x_{mix} \geq x_{mix}(\epsilon)]$ media condizionata della proporzione delle perdite inattese x_{mix} che superano la soglia $x_{mix}(\epsilon)$
1. Calcolo di $V_{LoB}(\mathbf{p})$, passività totali realizzate su ogni LoB in base a 10,000 simulazioni delle probabilità di transizione
 2. Calcolo di $x_{LoB} = \frac{V_{LoB}(\mathbf{p}) - V_{LoB}(\hat{\mathbf{p}})}{V_{LoB}(\hat{\mathbf{p}})}$
 3. Calcolo di $x_{mix} = \sum_{LoB} \omega_{LoB} \cdot x_{LoB}$

Caratteristiche dei prodotti singoli

Insurance Product	LTC Annuity	Life Annuity	Whole Life
Gender	Male; Female	Male; Female	Male; Female
Term Structure	CEIOPS 2007	CEIOPS 2007	CEIOPS 2007
Payout Benefit	€2 (per year)	€1 (per year)	€10
Premium Payment	Single Premium	Single Premium	Single Premium
Deferred Period	—	—	—
V_{LoB} (Entry Age 40)	0.4082; 0.1480	3.7342; 4.5493	1.2211; 0.3892
V_{LoB} (Entry Age 50)	0.5192; 0.1659	5.8286; 6.9607	1.8078; 0.6847
V_{LoB} (Entry Age 65)	0.7805; 0.2545	12.3531; 14.3038	3.3025; 1.4191

EXPECTED LIABILITY VARIATION, ENTRY AGE: 65.

Shift: 0.001

V^+	Males			Females		
	LTC	Annuity	Life	LTC	Annuity	Life
$V_{\hat{p}^{13}}^+$	-1.3023%	-1.0095%	2.2782%	-0.8225%	-1.1406%	8.6331%
$V_{\hat{p}^{23}}^+$	-0.2332%	-0.0074%	0.0156%	-0.3055%	-0.0027%	0.0137%
$V_{\hat{p}^{12}}^+$	8.8717%	-0.6880%	1.6902%	38.1023%	-0.7943%	6.8554%

Risultati: mix di 2 prodotti (shift paralleli della stessa ampiezza) - duration multivariata

Proporzioni ottime di ogni tipologia di prodotto (LoB)	mix1 = LTC + annuity		mix2 = LTC + life		mix3 = life + annuity	
	Mix 1		Mix 2		Mix 3	
	ω_{ltc}^{MD}		ω_{ltc}^{MD}		ω_{life}^{MD}	
Age	Males	Females	Males	Females	Males	Females
40	12.37%	4.86%	-60.40%	-123.40%	27.27%	8.46%
50	17.09%	5.26%	-90.68%	-82.65%	30.24%	10.94%
65	18.87%	4.98%	-119.55%	-72.63%	29.93%	11.08%

Valore attuale delle perdite (es. females)	Age	Shift	X_{mix1}	X_{mix2}	X_{mix3}	X_{ltc}	$X_{annuity}$	X_{life}
	$X_{LoB} = V_{LoB}(\mathbf{p}) - V_{LoB}(\hat{\mathbf{p}})$	40	-0.001	0.86	-13.83	0.31	-1000.00	74.60
0.001			0.81	-12.74	0.30	1371.69	-69.20	751.99
$X_{mix} = V_{mix}(\mathbf{p}) - V_{mix}(\hat{\mathbf{p}})$	50	-0.001	0.29	-5.31	-0.04	-926.76	51.81	-422.28
		0.001	0.28	-4.98	-0.04	886.93	-48.99	398.62
$X_{mix} = V_{mix}(\mathbf{p}) - V_{mix}(\hat{\mathbf{p}})$	65	-0.001	-0.04	-0.90	-0.10	-379.44	19.86	-160.16
		0.001	-0.04	-0.86	-0.09	365.79	-19.23	153.40

Risultati: mix di 2 prodotti - min CVaR

Proporzioni ottime di ogni tipologia di prodotto (LoB)

Age	ϵ	LTC + annuity		LTC + life		Life + annuity	
		mix 1		mix 2		mix 3	
		ω_{ltc}^{CVaRM}		ω_{ltc}^{CVaRM}		ω_{life}^{CVaRM}	
		males	females	males	females	males	females
40	95.0%	14.78%	2.58%	-43.18%	-49.68%	28.72%	8.37%
	99.0%	13.63%	2.16%	-39.76%	-75.93%	29.22%	7.65%
	99.5%	13.19%	2.04%	-38.66%	-79.99%	29.85%	7.35%
50	95.0%	11.14%	2.68%	-41.97%	-41.59%	25.57%	9.08%
	99.0%	9.99%	2.43%	-36.35%	-63.23%	25.94%	8.45%
	99.5%	9.60%	2.28%	-37.37%	-74.11%	25.90%	8.22%
65	95.0%	3.32%	1.22%	-19.98%	-35.92%	19.81%	6.81%
	99.0%	2.61%	1.05%	-17.76%	-45.62%	19.61%	6.37%
	99.5%	2.32%	0.88%	-17.26%	-48.92%	19.76%	6.34%

Risultati: mix di 2 prodotti - min CVaR

mix1 =
LTC + annuity

mix2 =
LTC + life

mix3 =
life + annuity

Age	ϵ	CVaR $_{\epsilon}$					
		x_{ltc}	$x_{annuity}$	x_{life}	x_{mix1}	x_{mix2}	x_{mix3}
40	95.0%	1,637.29	168.77	564.18	67.99	352.68	35.40
	99.0%	2,428.57	191.74	695.26	85.72	418.74	43.86
	99.5%	2,747.93	199.28	743.14	91.76	443.81	46.77
50	95.0%	1,305.43	114.44	439.48	61.39	283.63	24.73
	99.0%	1,899.66	134.29	543.47	79.17	344.28	31.56
	99.5%	2,146.47	141.48	579.80	85.68	365.80	34.42
65	95.0%	1,013.48	51.04	241.54	46.16	191.30	13.59
	99.0%	1,431.04	63.31	298.60	58.15	239.00	17.86
	99.5%	1,605.64	68.39	319.63	62.96	257.58	19.06

Maschi

Age	ϵ	CVaR $_{\epsilon}$					
		x_{ltc}	$x_{annuity}$	x_{life}	x_{mix1}	x_{mix2}	x_{mix3}
40	95.0%	2,014.32	39.96	1,177.06	30.40	1,060.94	9.85
	99.0%	3,212.41	46.00	2,104.92	35.62	2,027.97	14.16
	99.5%	3,806.16	48.04	2,529.91	37.56	2,459.84	16.20
50	95.0%	1,521.83	31.05	700.96	24.16	545.05	8.32
	99.0%	2,453.66	36.67	1,265.19	29.46	951.15	12.33
	99.5%	2,880.97	38.68	1,539.34	31.36	1,141.12	14.10
65	95.0%	1,919.73	22.98	662.62	19.69	395.92	6.47
	99.0%	2,948.12	27.49	1,106.57	24.58	565.37	8.92
	99.5%	3,303.37	29.02	1,255.54	26.24	622.91	10.13

Femmine

Osservazioni sui risultati dell'applicazione

- ▶ Dall'applicazione dei modelli si ha che gli assicuratori LTC possono ridurre la rischiosità del loro portafoglio utilizzando prodotti combinati ma con proporzioni di LTC molto basse (e decrescenti all'aumentare dell'età)
- ▶ Il portafoglio ottimo consiste quasi esclusivamente di prodotti di rendita
- ▶ Il rischio di non autosufficienza è molto più difficile da coprire rispetto al rischio di longevità
- ▶ L'applicazione mostra che, per assicuratori specializzati in rendite LTC e rendite vitalizie, la copertura naturale è possibile
 - Il livello di riduzione del rischio non è elevato rispetto a un portafoglio di rendite, ma la copertura è efficace rispetto a un portafoglio costituito da sole polizze LTC

Cartolarizzazione: disability derivatives



Strategie de-risking per l'assicurazione LTC tramite disability derivatives

- ▶ Costruzione di strategie de-risking per gli assicuratori LTC: essenziali ai fini del risk management e della determinazione dei requisiti patrimoniali di solvibilità (Solvency II) per i rischi di longevità e non autosufficienza
- ▶ [D'Amato, Levantesi and Menzietti \(2020\)](#) hanno sviluppato un modello di ottimizzazione che mira ad identificare il livello ottimo di della strategia de-risking basata su **disability options e/o disability swaps. Due approcci:**
 1. Minimizzando il costo totale della strategia de-risking sotto il vincolo che il CVaR ad un fissato livello di confidenza delle perdite inattese globali non ecceda un prefissato valore delle passività iniziali
 2. Minimizzando il CVaR ad un fissato livello di confidenza delle perdite inattese globali con la strategia de-risking sotto il vincolo che il costo totale non ecceda un prefissato valore delle passività iniziali

Bibliografia

- [Baione F., Conforti C., Levantesi S., Menzietti M., Tripodi A. \(2016\)](#). Stima di basi tecniche per assicurazioni LTC, malattie gravi e invalidità. In: De Angelis P. Di Falco L.. Assicurazioni sulla salute: caratteristiche, modelli attuariali e basi tecniche: 123-196, Il Mulino, ISBN: 978-88-15-26084-0
- [Cairns, A.J.G., Blake, D., Dowd, K., et al. \(2009\)](#). A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England and Wales and the United States. *North American Actuarial Journal*, 13(1), 1-35.
- [Chow, L., Friedrich, C., Helwig, D. \(2012\)](#). Quantification of the natural hedge characteristics of combination life or annuity products linked to long-term care insurance. Schaumburg, IL: Society of Actuaries.
- [Cox, S. H., Lin, Y. \(2007\)](#). Natural Hedging of Life and Annuity Mortality Risks. *North American Actuarial Journal*, 11, 1-15.
- [D'Amato, V., Levantesi S., Menzietti M. \(2020\)](#). De-risking Long Term Care insurance. *Soft Computing*, 24: 8627-8641.
- [Kessler, D. \(2008\)](#). The Long-Term Care Insurance Market. *Geneva Pap Risk Insur Issues Pract* 33, 33-40
- [Levantesi S., Menzietti, M. \(2018\)](#). Natural hedging in Long Term Care insurance. *Astin Bulletin*, 48(1): 233-274.
- [Levantesi, S., Menzietti, M. \(2012\)](#). Managing longevity and disability risks in life annuities with long-term care. *Insurance: Mathematics and Economics* 50 (3): 391-401.
- [Maegebier, A., Gatzert, N. \(2014\)](#). The Impact of Disability Insurance on a Portfolio of Life Insurances. Friedrich-Alexander University Working paper.
- [Rickayzen, B. \(2007\)](#). An Analysis of Disability-linked Annuities. Cass Business School, Actuarial Research Paper, 180.
- [Tsai, J. T., Wang, J. L., Tzeng, L.Y. \(2010\)](#). On the Optimal Product Mix in Life Insurance Companies Using Conditional Value at Risk. *Insurance: Mathematics and Economics*, 46: 235-241.
- [Wang, J.L., Huang, H.C., Yang, S.S., Tsai, J.T. \(2009\)](#). An optimal product mix for hedging longevity risk in life insurance companies: the immunization theory approach. *Journal of Risk and Insurance*, 77: 473-497.

GRAZIE PER L'ATTENZIONE