

# Un approccio risk-neutral alla valutazione delle garanzie di prelievo vitalizio nelle variable annuities

Rosario Maggistro

Dipartimento DEAMS, Università di Trieste

Seminario del Comitato Scientifico  
dell'Ordine degli Attuari

Trieste, 17 Luglio 2025

Seminario basato su un lavoro in collaborazione con Anna Rita Bacinello e Ivan Zoccolan dal titolo  
“Risk-neutral valuation of GLWB riders in variable annuities”, IME 2024

# Agenda

- Struttura del contratto
- Modello di valutazione
- Algoritmo di programmazione dinamica
- Analisi bang-bang
- Decomposizione del contratto
- Esempi numerici

# Struttura del contratto

- Consideriamo un contratto di VA a **premio unico** con garanzia **GLWB**. Siano
  - $0$  l'epoca di stipula del contratto
  - $x$  l'età d'ingresso dell'assicurato
  - $P$  il premio unico
- Il premio  $P$  viene interamente investito in un fondo a capitalizzazione, scelto dall'assicurato, e va quindi a costituire un portafoglio d'investimenti chiamato **personal account**. Indichiamo con
  - $W_t$  il valore al tempo  $t$  del personal account ( $\rightsquigarrow$  **account value**)
  - $S_t$  il prezzo unitario al tempo  $t$  di ogni quota del fondo d'investimenti
- La garanzia **GLWB** consente all'assicurato di effettuare prelievi periodici dal proprio account per tutta la vita, anche se questo conto è completamente esaurito.

# Struttura del contratto

Il contratto si estingue:

- in caso di **riscatto**, quando il contraente ritira l'intero account value,
- alla morte dell'assicurato, nel qual caso l'eventuale valore residuo del personal account viene pagato agli eredi come beneficio caso morte.

Il **prelievo garantito** si ottiene applicando una percentuale (**withdrawal rate**) alla **base dei prelievi**, inizialmente posta pari al premio unico.

Il costo della garanzia viene recuperato tramite delle deduzioni periodiche (**insurance fees**) proporzionali al valore del personal account.

- Indichiamo con

$g$  il tasso di prelievo

$A_t$  il valore al tempo  $t$  della **base dei prelievi**

$\varphi$  l'aliquota che viene applicata al personal account per recuperare il costo della garanzia ( $\rightsquigarrow$  **fee rate**)

$\rightsquigarrow$  Il prelievo garantito al tempo  $t$  è quindi pari a  $gA_t$

# Struttura del contratto

Poniamoci in un contesto **a tempo discreto**, e assumiamo che

- i prelievi dal fondo sono consentiti in corrispondenza a epoche equidistanti, finché l'assicurato è in vita e consideriamo come unità di misura del tempo la comune distanza tra date di prelievo consecutive;
- se l'assicurato muore tra  $i - 1$  e  $i$ , il beneficio caso morte, dato da

$$B_i^{(d)} = W_i,$$

viene pagato agli eredi a fine periodo  $i$  ( $= 1, 2, \dots$ ).

Nell'approccio **dinamico** l'assicurato non è obbligato a prelevare esattamente l'importo garantito  $gA_i$  ma può decidere di prelevare di meno (addirittura niente) oppure, se l'account value è sufficiente, di più. Supponiamo, precisamente, che l'insieme dei **prelievi ammissibili** al tempo  $i$  sia l'intero intervallo chiuso

$$Y_i = [0, \max\{gA_i, W_i\}].$$

- Indichiamo con  $y_i$  l'importo effettivamente prelevato al tempo  $i$ 
  - ↪ La polizza viene riscattata quando  $y_i = W_i > gA_i$
- Tuttavia, se l'assicurato preleva più del garantito, sull'eccedenza viene trattenuta una **penale** in base al tasso  $k_i \in [0, 1)$ , per cui l'**importo netto** ricevuto è pari a

$$B_i^{(s)} = f_i^{(s)}(y_i, A_i) = y_i - k_i \max\{y_i - gA_i, 0\}, \quad i = 1, 2, \dots$$

- In quest'ultimo caso c'è un'ulteriore penalizzazione in quanto la base dei prelievi viene ridotta seguendo la cosiddetta **pro-rata adjustment rule**.
- Al contrario, per disincentivare i prelievi, tale base viene proporzionalmente aumentata, al tasso  $b_i$  (**roll-up rate**), se l'assicurato decide di non prelevare nulla.

# Struttura del contratto

Riepilogando, la dinamica della **base dei prelievi** è la seguente:

$$A_{i+1} = f_{i+1}^A(W_i, A_i, y_i) = \begin{cases} A_i(1 + b_i) & \text{se } y_i = 0, \\ A_i & \text{se } 0 < y_i \leq gA_i, \\ A_i \frac{W_i - y_i}{W_i - gA_i} & \text{se } gA_i < y_i \leq W_i \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots,$$

dove  $A_1 = P$ .

L'**account value** alle date dei prelievi, immediatamente prima degli stessi, evolve

$$W_{i+1} = f_{i+1}^W(W_i, R_{i+1}, y_i) = \max\{W_i - y_i, 0\}(1 + R_{i+1})(1 - \varphi), \quad i = 0, 1, \dots,$$

dove  $W_0 = P$ ,  $y_0 = 0$  e  $R_{i+1} = \frac{S_{i+1}}{S_i} - 1$ .

Si noti che: 0 è una barriera assorbente per  $W$  perché, una volta nullo, esso rimane tale per sempre;

In caso di riscatto al tempo  $i$ , cioè quando  $y_i = W_i > gA_i$ , il contratto si estingue automaticamente perché  $A_t = W_t = 0$  per ogni  $t > i$ .

- Supponiamo di operare in un mercato concorrenziale perfetto, privo di attriti e senza opportunità di arbitraggio e introduciamo ora uno spazio di probabilità filtrato  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, Q)$  dove
  - $Q$  è la misura di probabilità neutrale al rischio selezionata dall'assicuratore in base alle proprie preferenze, tra le infinite misure martingala equivalenti esistenti nei mercati incompleti, per valutare il contratto;
  - $\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}$  è una filtrazione rappresentante l'informazione disponibile al passare del tempo.
- In questo contesto l'istante di decesso dell'assicurato,  $\tau$ , è un tempo d'arresto rispetto alla filtrazione  $\mathbb{F}$
- Indichiamo con  $\mu_t := \mu_{x+t}(t)$  l'intensità di mortalità dell'assicurato, e supponiamo che ci sia **indipendenza** tra le variabili biometriche e quelle finanziarie.

- L'intensità  $\mu$  può essere un processo markoviano qualunque, così come il prezzo unitario del fondo  $S$  (purché scontato sia una **martingala**).
- Per mantenere gestibile l'implementazione numerica del modello, supponiamo che il **tasso d'interesse** privo di rischio sia **costante**, e lo indichiamo con  $r$   
 $\rightsquigarrow$  Tutti i risultati teorici ottenuti valgono comunque anche con tasso **stocastico** (markoviano)
- Le probabilità monoperialdali condizionate di sopravvivenza e decesso sono rispettivamente le seguenti:

$$p_i(\mu_i) = Q(\tau > i + 1 \mid \tau > i, \mu_i) = \mathbb{E}^Q \left[ e^{-\int_i^{i+1} \mu_u \, du} \mid \mu_i \right]$$
$$q_i(\mu_i) = Q(\tau \leq i + 1 \mid \tau > i, \mu_i) = 1 - p_i(\mu_i), \quad i = 0, 1, \dots$$

# Modello di valutazione

- Denotiamo con  $y = (y_i)_{i \in \mathbb{N}^+}$  la strategia di prelievo che è un processo stocastico adattato alla filtrazione  $\mathbb{F}$ . Inoltre tale strategia risulta **ammissibile** se  $y \in Y = (Y_i)_{i \in \mathbb{N}^+}$
- Definiamo quindi il **valore iniziale del contratto** come soluzione del seguente problema di ottimizzazione:

$$V_0 = \sup_{y \in Y} \mathbb{E}^Q \left[ \sum_{i=1}^{\infty} e^{-ri} \left( \mathbf{1}_{\{\tau > i\}} f_i^{(s)}(y_i, A_i) + \mathbf{1}_{\{i-1 < \tau \leq i\}} W_i \right) \right], \quad (1)$$

dove  $A_1 = W_0 = P$ ,  $y_0 = 0$  e la dinamica di  $A$  e  $W$  è quella descritta in precedenza.

- Nell'approccio dinamico  $Y_i = [0, \max\{gA_i, W_i\}]$ ,  $i \in \mathbb{N}^+$ , ma si possono ottenere come casi particolari anche i valori del contratto negli approcci statico e misto ponendo, rispettivamente,  $Y_i = \{gA_i\}$  e  $Y_i = \{gA_i, W_i\}$

- Il valore del contratto è stato definito come se l'assicurato prendesse le sue decisioni di prelievo in modo tale da massimizzare il valore attuale atteso dei cash-flow generati dallo stesso.
- In realtà la speranza matematica è calcolata in base alla misura  $Q$  selezionata dall'assicuratore, il quale non conosce però quale sarà il comportamento effettivo dell'assicurato.
- La soluzione del problema di ottimizzazione non porta necessariamente all'**ottimo** dal punto di vista dell'assicurato, bensì allo scenario peggiore dal punto di vista dell'assicuratore, che quindi agisce in modo prudentiale
- Il valore del contratto dipende ovviamente dal premio unico  $P$  tramite  $A_1 = W_0 = P$ , ma potrebbe essere diverso da  $P$ . Se risulta  $V_0 = P$  si dice che il contratto è **prezzato in modo equo**.
- Affinché ciò avvenga, bisogna fissare opportunamente i parametri contrattuali. Il parametro chiave che viene usualmente scelto a tale scopo è il fee rate  $\varphi$ . Il fee rate  $\varphi$  tale che  $V_0 \equiv V_0(\varphi) = P$  è chiamato **fair fee rate**.

# Algoritmo di programmazione dinamica

Per risolvere il problema di ottimizzazione (1) implementiamo un algoritmo di programmazione dinamica backward. Operando in un contesto markoviano,

- $V_i(W_i, A_i, \mu_i)$  il valore del contratto al tempo  $i$  (prima del prelievo)
- $v_i(W_i, A_i, \mu_i)$  il valore del contratto al tempo  $i$  se l'assicurato è ancora in vita.

$$\rightsquigarrow V_i(W_i, A_i, \mu_i) = \mathbf{1}_{\{\tau > i\}} v_i(W_i, A_i, \mu_i), \quad V_0 = V_0(P, P, \mu_0) = v_0(P, P, \mu_0)$$

Poiché l'algoritmo opera all'indietro, abbiamo bisogno di una condizione finale. A questo scopo indichiamo con  $\omega$  l'**età estrema** dell'assicurato, oltre la quale la sua probabilità di sopravvivenza è nulla, e poniamo

$$n = \max\{i \in \mathbb{N} : \omega - x \leq i + 1\} \rightsquigarrow n < \omega - x \leq n + 1$$

Possiamo allora riscrivere il problema (1) come:

$$V_0 = \sup_{y \in Y} \mathbb{E}^Q \left[ \sum_{i=1}^n e^{-ri} \left( \mathbf{1}_{\{\tau > i\}} f_i^{(s)}(y_i, A_i) + \mathbf{1}_{\{i-1 < \tau \leq i\}} W_i \right) + e^{-r(n+1)} \mathbf{1}_{\{\tau > n\}} W_{n+1} \right]$$

# Algoritmo di programmazione dinamica

Prendiamo  $n + 1$  come punto di partenza del nostro algoritmo di programmazione dinamica, e definiamo la seguente condizione finale:

$$v_{n+1}(W_{n+1}, A_{n+1}, \mu_{n+1}) \equiv 0.$$

Poi procediamo all'indietro e definiamo, per  $i = n, n - 1, \dots, 1$ , l'**equazione di Bellman** del problema che, dopo alcune semplificazioni, diventa:

$$v_i(W_i, A_i, \mu_i) = \sup_{y_i \in Y_i} \left( f_i^{(s)}(y_i, A_i) + q_i(\mu_i) \max\{W_i - y_i, 0\}(1 - \varphi) + \right. \\ \left. + \mathbb{E}^Q \left[ e^{-\int_i^{i+1} \mu_u \, du} v_{i+1} \left( f_{i+1}^W(W_i, R_{i+1}, y_i), f_{i+1}^A(W_i, A_i, y_i), \mu_{i+1} \right) e^{-r|W_i, A_i, \mu_i|} \right] \right).$$

Infine, il valore iniziale del contratto è dato da

$$v_0(P, P, \mu_0) = q_0(\mu_0)P(1 - \varphi) + \mathbb{E}^Q \left[ e^{-\int_0^1 \mu_u \, du} v_1(P(1 + R_1)(1 - \varphi), P, \mu_1) e^{-r} \right].$$

Ad ogni passo  $i = n, n-1, \dots, 1$ , l'equazione di Bellman richiede di risolvere, per ogni terna  $(W_i, A_i, \mu_i)$ , un problema di ottimizzazione sull'intero intervallo  $Y_i = [0, \max\{gA_i, W_i\}]$ .

Lo sforzo computazionale diventa molto rilevante; un risultato che consente di ridurre drasticamente tale sforzo è dato dalla

## Proposizione

La soluzione ottima del problema si riduce alle **sole 3 scelte**  $y_i \in \{0, gA_i, W_i\}$

Interpretazione:

- per l'incentivo del roll-up potrebbe risultare conveniente prelevare  $y_i = 0$ , ma mai  $0 < y_i < gA_i$  perché non si sfrutterebbe a pieno la garanzia, senza alcun beneficio e comunque pagando le fees su quel che si lascia, cioè su  $gA_i - y_i$ ,
- se  $W_i > gA_i$  si può prelevare  $y_i > gA_i$  ma si è soggetti alla penale  $k_i(y_i - gA_i)$ . Se, inoltre,  $gA_i < y_i < W_i$ , si subisce una seconda penalizzazione a causa della riduzione della base dei prelievi per l'applicazione della pro-rata rule.

*Cenno di dimostrazione:* per induzione backward partendo da  $i = n$  e dove si prova che

$$v_i(W_i, A_i, \mu_i) = C_i(\mu_i)W_i + D_i(\mu_i)gA_i,$$

dove le due funzioni  $C_i$  e  $D_i$  sono tali che  $0 \leq C_i(\mu_i) \leq 1$  e  $D_i(\mu_i) \geq 0$ .

La dimostrazione della Proposizione può essere facilmente **estesa** anche al caso di tasso stocastico, dove ovviamente la funzione valore  $v_i$  dipende da quattro (anziché tre) variabili di stato:  $v_i(W_i, A_i, \mu_i, r_i)$ .

# Decomposizione del contratto

Riassumendo, l'algoritmo di programmazione dinamica proposto funziona:

- nell'**approccio dinamico**, in cui la ricerca del massimo ad ogni passo  $i = 1, 2, \dots, n$  va effettuata nell'insieme di 3 elementi  $\{0, gA_i, W_i\}$
- nell'**approccio misto**, in cui tale ricerca viene ristretta al sottoinsieme di 2 elementi  $\{gA_i, W_i\}$
- nell'**approccio statico**, in cui non si ricerca alcun massimo ma si fissa  $y_i = gA_i$

Indicando, rispettivamente, con  $V_0^{dynamic}$ ,  $V_0^{mixed}$  e  $V_0^{static}$  i valori iniziali del contratto nei tre approcci, l'algoritmo suggerisce la scomposizione del contratto nell'approccio **dinamico** in tre componenti:

- il **contratto base**, il cui valore è dato da  $V_0^{static}$
- l'**opzione di riscatto**, di valore  $V_0^{surrender} := V_0^{mixed} - V_0^{static}$
- l'**opzione di roll-up**, di valore  $V_0^{rollup} := V_0^{dynamic} - V_0^{mixed}$

$$\rightsquigarrow V_0^{dynamic} = V_0^{static} + V_0^{surrender} + V_0^{rollup}$$

# Esempi numerici

- Prelievi **annui**, età d'ingresso  $x = 65$ , età estrema  $\omega = 118 \rightsquigarrow n = 53$
- Processo di mortalità

$$d\mu_t = (\alpha + \theta\mu_t)dt + \sigma_\mu\sqrt{\mu_t}dB_t,$$

con  $\alpha = 0.0001$ ,  $\theta = 0.1006875$ ,  $\sigma_\mu = 0.01$ ,  $\mu_0 = 0.00995483 \rightsquigarrow e_{65} = 20.04$   
calibrato sulla IPS55 per un maschio 65-enne

- prezzo unitario del fondo  $S_t = S_0 e^{(r+d)t+X_t}$ , dove  $X_t$  è il processo CGMY di Carr, Geman, Madam e Yor con funzione caratteristica

$$\Phi_t(u) = \exp\left(C\Gamma(-Y)t\left[(M-iu)^Y - M^Y + (G+iu)^Y - G^Y\right]\right),$$

con  $C = 0.02$ ,  $G = 5$ ,  $M = 15$ ,  $Y = 1.2$ , come in [\[Kirkby & Nguyen, IME 2021\]](#)

- tasso d'interesse  $r = 3\%$
- premio unico  $P = 100$
- tasso di prelievo  $g = 5\%$ , roll-up rate  $b_i \equiv b = 6\%$ , penalty rate  $k_i \equiv k = 2\%$

# Esempi numerici

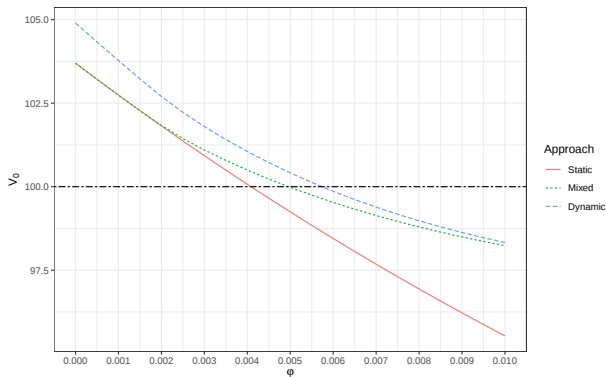


Figura 1: Valore iniziale del contratto in funzione del fee rate  $\varphi$  nei diversi approcci

↪ Fee equa  $\varphi^* = 0.41\%$  nell'approccio **statico**,  $\varphi^* = 0.49\%$  nell'approccio **misto**,  $\varphi^* = 0.58\%$  nell'approccio **dinamico**

D'ora innanzi, per costruire risultati di **statica comparata**, fissiamo  $\varphi = 0.5\%$

Tabella 1: Valori iniziali del contratto e delle sue componenti (in %) al variare del tasso di roll-up  $b$

| $b(\%)$ | $V_0^{static}$ | $V_0^{mixed}$ | $V_0^{dynamic}$ | $V_0^{static}(\%)$ | $V_0^{surrender}(\%)$ | $V_0^{rollup}(\%)$ |
|---------|----------------|---------------|-----------------|--------------------|-----------------------|--------------------|
| 5       | 99.25          | 99.98         | 99.98           | 99.27              | 0.73                  | 0.00               |
| 6       | 99.25          | 99.98         | 100.41          | 98.84              | 0.73                  | 0.43               |
| 7       | 99.25          | 99.98         | 101.49          | 97.79              | 0.72                  | 1.49               |
| 8       | 99.25          | 99.98         | 102.84          | 96.51              | 0.71                  | 2.78               |
| 9       | 99.25          | 99.98         | 104.41          | 95.05              | 0.70                  | 4.25               |
| 10      | 99.25          | 99.98         | 106.23          | 93.42              | 0.69                  | 5.88               |

Tabella 2: Valori iniziali del contratto e delle sue componenti (in %) al variare del [tasso di prelievo  \$g\$](#)

| $g(\%)$ | $V_0^{static}$ | $V_0^{mixed}$ | $V_0^{dynamic}$ | $V_0^{static}(\%)$ | $V_0^{surrender}(\%)$ | $V_0^{rollup}(\%)$ |
|---------|----------------|---------------|-----------------|--------------------|-----------------------|--------------------|
| 3       | 93.26          | 97.59         | 97.59           | 95.56              | 4.44                  | 0.00               |
| 4       | 95.34          | 97.78         | 97.83           | 97.46              | 2.49                  | 0.05               |
| 5       | 99.25          | 99.98         | 100.41          | 98.84              | 0.73                  | 0.43               |
| 6       | 105.54         | 105.71        | 106.29          | 99.29              | 0.16                  | 0.54               |
| 7       | 114.01         | 114.05        | 114.46          | 99.61              | 0.03                  | 0.36               |

Tabella 3: Valori iniziali del contratto e delle sue componenti (in %) al variare del *penalty rate*  $k$

| $k(\%)$ | $V_0^{static}$ | $V_0^{mixed}$ | $V_0^{dynamic}$ | $V_0^{static}(\%)$ | $V_0^{surrender}(\%)$ | $V_0^{rollup}(\%)$ |
|---------|----------------|---------------|-----------------|--------------------|-----------------------|--------------------|
| 0       | 99.25          | 100.92        | 101.37          | 97.91              | 1.65                  | 0.44               |
| 1       | 99.25          | 100.41        | 100.85          | 98.41              | 1.15                  | 0.44               |
| 2       | 99.25          | 99.98         | 100.41          | 98.84              | 0.73                  | 0.43               |
| 3       | 99.25          | 99.64         | 100.07          | 99.18              | 0.39                  | 0.43               |
| 4       | 99.25          | 99.40         | 99.84           | 99.41              | 0.15                  | 0.44               |
| 5       | 99.25          | 99.28         | 99.73           | 99.52              | 0.03                  | 0.45               |
| 6       | 99.25          | 99.25         | 99.71           | 99.54              | 0.00                  | 0.46               |

Tabella 4: Valori iniziali del contratto e delle sue componenti (in %) al variare del tasso d'interesse  $r$

| $r(\%)$ | $V_0^{static}$ | $V_0^{mixed}$ | $V_0^{dynamic}$ | $V_0^{static}(\%)$ | $V_0^{surrender}(\%)$ | $V_0^{rollup}(\%)$ |
|---------|----------------|---------------|-----------------|--------------------|-----------------------|--------------------|
| 1       | 109.47         | 109.54        | 112.96          | 96.91              | 0.06                  | 3.03               |
| 2       | 103.39         | 103.65        | 105.24          | 98.24              | 0.25                  | 1.51               |
| 3       | 99.25          | 99.98         | 100.41          | 98.84              | 0.73                  | 0.43               |
| 4       | 96.65          | 98.24         | 98.25           | 98.37              | 1.62                  | 0.01               |
| 5       | 95.13          | 97.75         | 97.75           | 97.32              | 2.68                  | 0.00               |

Concentriamo ora sull'**approccio dinamico**:

**Tabella 5:**  $V_0^{dynamic}$  e vita attesa residua al variare della volatilità della mortalità  $\sigma_\mu$

| $\sigma_\mu(\%)$ | $e_{65}$ | $V_0^{dynamic}$ |
|------------------|----------|-----------------|
| 0.4              | 19.78    | 99.99           |
| 0.6              | 19.84    | 100.09          |
| 0.8              | 19.92    | 100.23          |
| 1.0              | 20.04    | 100.41          |
| 1.2              | 20.18    | 100.68          |
| 1.4              | 20.37    | 101.05          |

Tabella 6:  $V_0^{dynamic}$  e parametri di mortalità calibrati su diverse tavole

| tavola | $\mu_0$    | $\alpha$ | $\theta$  | $\sigma_\mu$ | $e_{65}$ | $V_0^{dynamic}$ |
|--------|------------|----------|-----------|--------------|----------|-----------------|
| HMD    | 0.01212986 | 0.0001   | 0.1105087 | 0.01         | 17.57    | 98.73           |
| IPS55  | 0.00995483 | 0.0001   | 0.1006875 | 0.01         | 20.04    | 100.41          |
| A62    | 0.00618973 | 0.0001   | 0.1142278 | 0.01         | 21.93    | 101.68          |

dove HMD è tratta da Human Mortality Database IT (2000-2009), e tutte le calibrazioni sono state effettuate con riferimento ad un maschio 65-enne.

# Strategie di prelievo ottimo

Mostriamo adesso il prelievo ottimo al tempo  $i$ , cioè  $y_i$ , come funzione del personal account. A tale scopo, fissiamo  $A_i = P = 100$  e l'intensità di mortalità  $\mu_i$  pari alla sua media  $\mathbb{E}^Q[\mu_i] = e^{\theta i} \mu_0 - \frac{\alpha}{\theta} (1 - e^{\theta i})$ .

Nella tabella che segue abbiamo separato la zona di riscatto ( $y_i = W_i > gA_i$ ) dalla zona di continuazione e all'interno di quest'ultima la zona di non prelievo ( $y_i = 0$ ) da quella di prelievo garantito ( $y_i = gA_i$ ), e specificato i valori del personal account  $W_i$  che identifica queste zone.

Tabella 7: Zone di prelievo nel caso base

|     | Continuation zone      |                                 | Surrender zone |
|-----|------------------------|---------------------------------|----------------|
| $i$ | $y_i = 0$              | $y_i = gA_i$                    | $y_i = W_i$    |
| 1   | $65 \leq W_i < 125$    | $W_i < 65$                      | $W_i \geq 125$ |
| 5   | $80 \leq W_i \leq 100$ | $W_i < 80$ or $100 < W_i < 115$ | $W_i \geq 115$ |
| 10  | —                      | $W_i < 100$                     | $W_i \geq 100$ |
| 20  | —                      | $W_i < 80$                      | $W_i \geq 80$  |



Bacinello, A.R., Maggistro, R., Zoccolan, I.: Risk-neutral valuation of GLWB riders in variable annuities. *Insur. Math. Econ.* 114, 1-14, 2024



Bacinello, A.R., Maggistro, R., Zoccolan, I.: The interaction between variable annuity providers and their customers under a dynamic approach. *Decisions Econ Finan*, 2024 <https://doi.org/10.1007/s10203-023-00430-0>

Grazie per l'attenzione!

`rosario.maggistro@deams.units.it`

*In memory of Anna Rita Bacinello.*